

# MATICOVÉ ROVNICE

1. Z maticové rovnice vyjádříme neznámou matici X.
2. Matici X vypočítáme.

Pr: 1,  $A \cdot X = B$  /  $\cdot A^{-1}$  zleva  
 $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$   
 $E \cdot X$   
 $X$   
 $X = A^{-1} \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}: \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -4 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 5 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & -5 & -4 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & \frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{array} \right)$$
$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -3+4 & 3+0 \\ 4-2 & -4+0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}}}$$

2,  $A \cdot X \cdot B = C$  /  $\cdot A^{-1}$  zleva  
 $A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot B = A^{-1} \cdot C$   
 $X \cdot B = A^{-1} \cdot C$  /  $\cdot B^{-1}$  zprava  
 $X \cdot B \cdot B^{-1} = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$   
 $X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$

3,  $X \cdot A - 2B = C$   
 $X \cdot A = C + 2B$  /  $\cdot A^{-1}$  zprava  
 $X \cdot A A^{-1} = (C + 2B) \cdot A^{-1}$   
 $X = (C + 2B) \cdot A^{-1}$

Zk: Matici X dosadíme do zadání.

Pr:  $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + Y \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

---

$$X \cdot A + Y \cdot B = C \quad (1)$$

$$K \cdot Y = L \quad (2)$$

---

(2):  $K \cdot Y = L \quad | \cdot K^{-1}$  zleva

$$\boxed{Y = K^{-1} \cdot L}$$

$$K^{-1}: \left( \begin{array}{cc|cc} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} & -1 \end{array} \right) \Rightarrow K^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$Y = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & -15 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}}}$$

(1):  $X \cdot A + Y \cdot B = C$

$$X \cdot A = C - Y \cdot B \quad | \cdot A^{-1} \text{ zprava}$$

$$\boxed{X = (C - Y \cdot B) \cdot A^{-1}}$$

$$A^{-1}: \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$Y \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C - Y \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & -10 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}}}$$